

4.3 PARADOX ŘEŠENÍ VE 2n PRO SOUSTAVY KRITICKY TLUMENÉ

Pro kriticky proporcionálně lineárně viskózně tlumené soustavy podle { 24 } a { 25 }, kde pro některý j-tý mód po modální transformaci (viz poznámku 25 na str. 66) platí $b_j^2 = 4k_j m_j$, existuje dvojné vlastní číslo $\lambda_j = b_j/2m_j \pm 0i$ a k němu také dvojný vlastní vektor \mathbf{v}_j .

Například pro 1° volnosti a parametry $k = 1$, $b = 2$ a $m = 1$ lze sestavit pohybové rovnice I. řádu ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Obě matice **N** i **P** jsou regulární a symetrické.

Řešení je známé: $\lambda_{1,2} = b/2m \pm \sqrt{(b^2 - 4km)}/2m = 1 \pm 0i$ a $\mathbf{w}_{1,2} = \top[1; -\lambda] = \top[1; -1]$
 Napovídá, že spektrální matice by měla obsahovat 4 stejná čísla λ , dvě na diagonále a dvě mimo ni, a že tudíž asi nebude diagonální, když stejné vektory být ortogonální asi nemohou.

Vypočítejme nyní Rayleighův kvocient.

Násobením obou matic **P** i **N** stavovým vektorem $\mathbf{w}_{1,2}$ dostaneme tentýž vektor $\top[1; 1]$. Jeho skalární součin s vektorem $\mathbf{w}_{1,2}$ je nula. Tzn., že Rayleighův kvocient by byl neurčitým výrazem typu 0/0. Ten k výsledku nevede, ale podmínky **P**- i **N**-ortogonality splněny jsou.

U takto malé úlohy je řešení známé, ale u větších úloh řešených numericky by teoreticky mělo dojít k numerickým obtížím typu „přetečení reálného čísla“, což bývá způsobené dělením nulou. Že k nim většinou nedojde, je dáno vlivem volby náhodných čísel na vstupu. Z nich vždycky zůstane nějaká numerická odchylka, která způsobí, že není řešena úloha s přesnými parametry kritického tlumení, nýbrž úloha, která se k ní jenom limitně blíží.

Zkusme tedy tuto úlohu řešit numericky podle kap. 4.2.1:

```

1.0000000          MATICE K
2.0000000          MATICE B
1.0000000          MATICE M

-2.2228730         MATICE T Z NÁHODNĚ ZVOLENÝCH L-VEKTORŮ
0.0000000

-0.0000000         4.2228730
-3.2228730         0.0000000

ÚTLUM a VL. FREKVENCE [rad/s]          PO 47 QD ITERACICH:
1.000000          1.000000
-0.1343217E-08    0.1343217E-08

ÚTLUM a VL. FREKVENCE [rad/s]          PO 11 QR ITERACICH:
1.000000          1.000000
0.3879934E-13    -0.3407265E-12

VLASTNÍ VEKTORY NORMOVANÉ „NA JEDNIČKU“
1.000000          1.000000
0.000000          0.000000

-1.000000         -1.000000
-0.3153404E-12    0.3153446E-12
    
```

Výpočet proběhl. Byl ukončen dříve, než mohlo k přetečení dojít, ale bylo k němu zapotřebí mnohem více iterací, než obvykle. Pro dvě stejná vlastní čísla konvergence metod QD | QR asi není kvadratická.